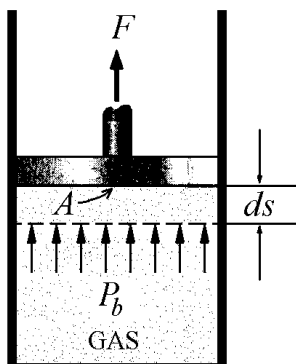
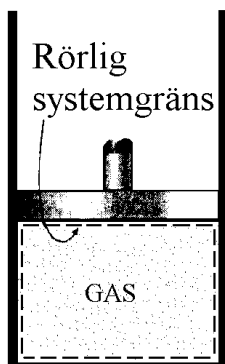


# VOLYMÄNDRINGSARBETE

- **Volymändringsarbete = arbete p.g.a. normalkrafter mot ytor (tryck) vid volymändring.**

Beteckning:  $W_b$  (eng. *boundary work*); per massenhet  $w_b$ .



$$\delta W_b = F ds = P_b A ds = P_b dV$$

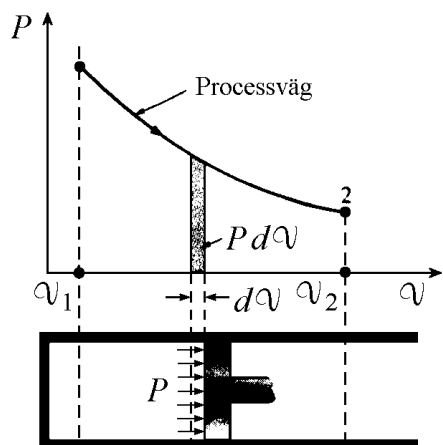
- Exempel: Betrakta en gasmassa innesluten i en cylinder med lätt-rörlig kolv. Gasen expanderar och skjuter ut kolven; volymen ökar. Antag homogent tryck  $P_b$  mot systemgränsen (kolvens inneryta).

$$W_b = \int_1^2 F ds = \int_1^2 P_b dV$$

Antag nu att processen är kvasistatisk. Trycket är då homogent i hela cylindern under hela processen,  $P_b = P$ .

$$W_b = \int_1^2 P dV$$

$W_b =$  ytan under kurvan i ett  $P$ - $V$ -diagram.



Arbetet beror på vägen  $\Rightarrow$

**Arbete ingen tillståndsstorhet!**

# KVASISTATISKT VOLYMÄNDRINGSARBETE

Betrakta en gas innesluten i en behållare med lätttrörlig kolv.

System = gasen. Kvasistatisk process.

Kvasistatiskt volymändringsarbete:  $W_b = \int_1^2 P dV$

(a) Fixera kolven, volymen konstant  $\Rightarrow$  **isokor** process.

$$W_b = \int_1^2 P dV = 0 \text{ ty } dV = 0$$

(b) Belasta kolven med en vikt, trycket konstant  $\Rightarrow$  **isobar** process.

$$W_b = \int_1^2 P dV = P \int_1^2 dV = P(V_2 - V_1) = P_1 V_1 (V_2/V_1 - 1)$$

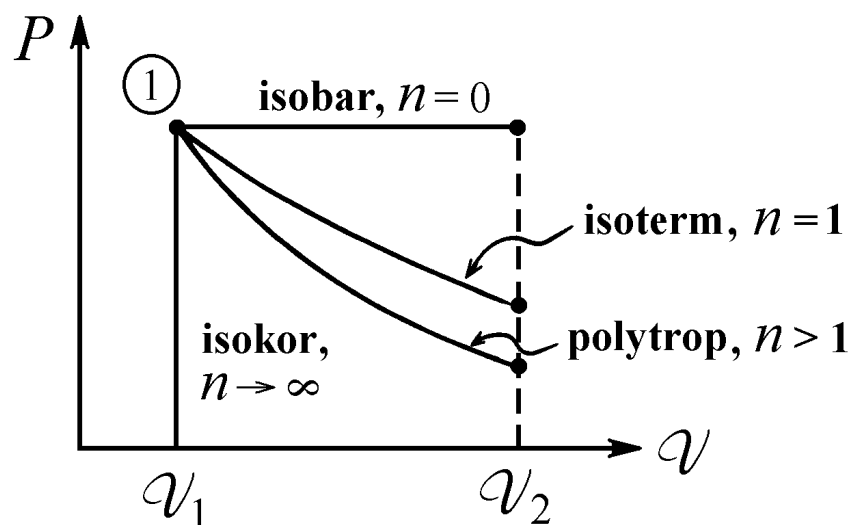
(c) Systemet expanderar alt. komprimeras så att temperaturen hålls konstant  $\Rightarrow$  **isoterm** process.

Ideal gas, d.v.s.  $P = RT/v = mRT/V \Rightarrow$

$$W_b = mRT \int_1^2 \frac{dV}{V} = mRT \ln V_2/V_1 = P_1 V_1 \ln V_2/V_1$$

(d) Systemet expanderar alt. komprimeras så att  $PV^n = C = \text{konst.}$   
 $\Rightarrow$  **polytrop** process,  $n =$  polytropexponent.

$$W_b = C \int_1^2 V^{-n} dV = \dots = \frac{P_1 V_1}{n-1} [1 - (V_2/V_1)^{1-n}]$$



# ENERGIÄNDRINGAR — SLUTNA SYSTEM

---

$$\boxed{\Delta E = E_2 - E_1 = Q - W} \quad (\text{OBS! teckenkonvention})$$

- Ändring i **Potentiell energi** — Lyft adiabatiskt massan  $m$  (system) vertikalt sträckan  $h$  under inverkan av gravitationen:

$$W = -mgh, Q = 0 \\ \Rightarrow \Delta E = \Delta \text{PE} = -W = mgh$$

- Ändring i **Kinetisk energi** — Accelerera adiabatiskt och horisontellt massan  $m$  från hastigheten  $V_1$  till hastigheten  $V_2$  ( $F = ma = m \frac{dV}{dt}$ ,  $V = \frac{ds}{dt}$ ):

$$-W = \int_1^2 F ds = m \int_{V_1}^{V_2} V dV = \frac{1}{2}m(V_2^2 - V_1^2), Q = 0 \\ \Rightarrow \Delta E = \Delta \text{KE} = -W = \frac{1}{2}m(V_2^2 - V_1^2)$$

- Ändring i **Inre energi** =  $\Delta U = m(u_2 - u_1)$

## Total energiändring:

$$\boxed{\Delta E = \Delta U + \Delta \text{KE} + \Delta \text{PE} = Q - W}$$

Infinitesimal process:  $dE = \delta Q - \delta W$  ( $de = \delta q - \delta w$ )

Enkelt kompressibelt system (försumbara ändringar i KE och PE):

$$\Delta E = \Delta U = Q - W$$

## Uppdelning<sup>1</sup> i arbetsformer:

$$W = W_b + \underbrace{W_{\text{sh}} + W_e + \dots}_{W_{\text{other}}}$$

d.v.s.

$$\Delta E = Q - W_{\text{other}} - W_b$$

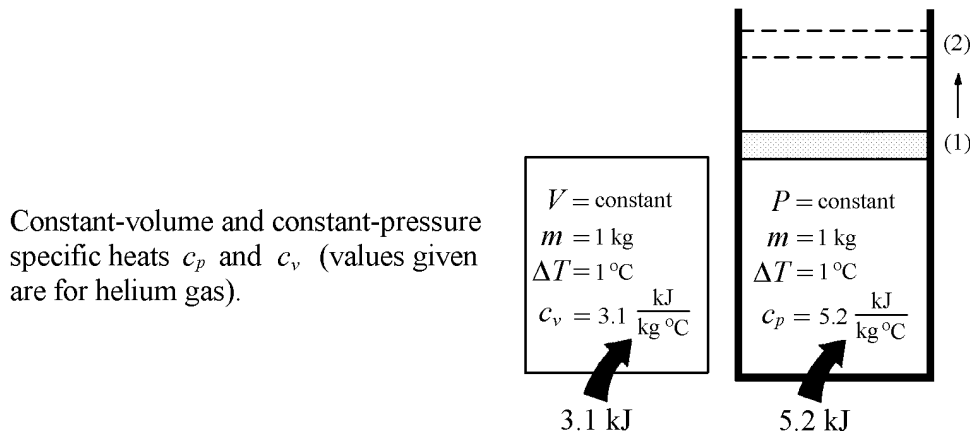
---

<sup>1</sup>Denna kurs:  $W_{\text{other}} = W_{\text{sh}} + W_e$  (tekniskt arbete).

# SPECIFIK VÄRMEKAPACITET

Specifik värmekapacitet eller värmekapacitivitet (eng. *specific heat*) = det energiutbyte som krävs för att öka temperaturen en grad ( $1^\circ\text{C} = 1\text{ K}$ ) för 1 kg av ett ämne vid viss föreskriven typ av process.

De energiomvandlingar som är förknippade med ev. volymsförändringar hos ämnet självt skall ej medräknas.  $c_v$  = isokor värmekapacitivitet;  $c_p$  = isobar värmekapacitivitet.



$$\boxed{c_p \geq c_v} \quad (\text{g\u00e4ller alltid!})$$

Enkelt kompressibelt system:

$$\delta q - \delta w_{\text{other}} = c dT = du + P dv = dh - v dP$$

$$(dh = du + P dv + v dP)$$

(a)  $v = \text{konst.} \Rightarrow dv = 0 \Rightarrow c_v dT = du$ , d.v.s.

$$c_v = \left( \frac{\partial u}{\partial T} \right)_v \quad (5-19)$$

(b)  $P = \text{konst.} \Rightarrow dP = 0 \Rightarrow c_p dT = dh$ , d.v.s.

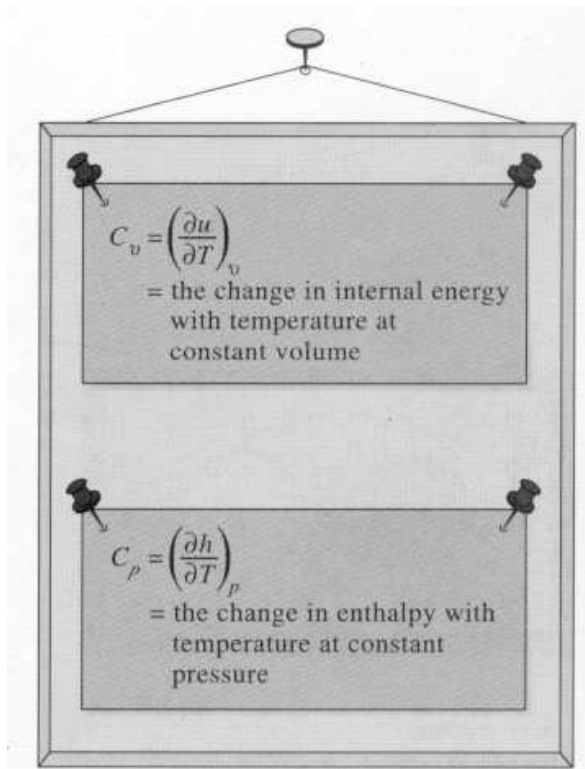
$$c_p = \left( \frac{\partial h}{\partial T} \right)_P \quad (5-20)$$

Inkompressibelt system i en fas:

$$c_p = c_v = c \quad (5-32)$$

d\u00e4r värmekapacitiviteten endast \u00e4r temperaturberoende,  $c(T)$ ; anv\u00e4nds normalt som approximation f\u00f6r alla v\u00e4tskor och fasta \u00e4mnen.

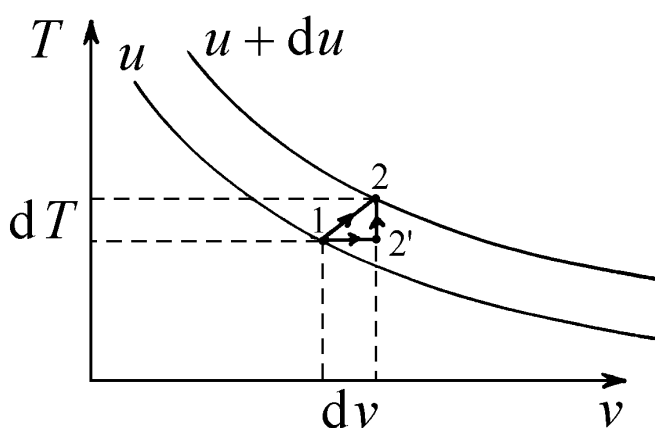
# SPECIFIC HEATS $c_p$ och $c_v$



$c_p$  och  $c_v$  är tillståndstorheter!

Enkelt kompressibelt system, enhetligt ämne i en fas, process  $1 \rightarrow 2$ :

$$u = u(v, T) \Rightarrow du = \left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T dv + \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v dT = A dv + c_v dT$$



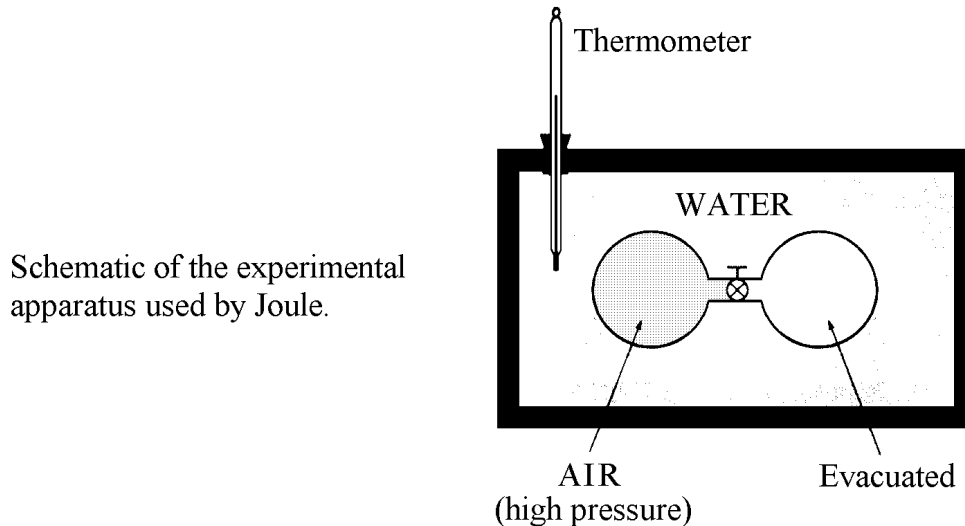
$$\begin{aligned}
 du &= u_2 - u_1 = \\
 &\underbrace{u_{2'} - u_1}_{A dv} + \underbrace{u_2 - u_{2'}}_{c_v dT} = \\
 &A dv + c_v dT
 \end{aligned}$$

$$h = h(P, T) \Rightarrow dh = \left(\frac{\partial h}{\partial P}\right)_T dP + \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_P dT = B dP + c_p dT$$

Ideal gas  $\Rightarrow A = B = 0!$

# REALA OCH IDEALA GASER

Experiment med gaser (Joule, 1843) visar att om gasen är ideal, d.v.s. gasen uppfyller ideala gaslagen ( $Pv = RT$ ), så beror inre energin endast av temperaturen,  $u = u(T)$ . Detta kan även visas rent matematiskt. Dessutom gäller ju då att  $c_v = c_v(T)$ .



- För reala gaser, gaser där  $Pv \neq RT$ , gäller  $u = u(T, v)$ ;  $du = c_v dT$  kan då endast användas som grov approximation.
- Ideal gas:  $u = u(T)$ ,  $du = c_v(T) dT$

$$h = u + Pv = u(T) + RT = h(T) \Rightarrow dh = c_p(T) dT$$

IDEAL GAS:  $u = u(T)$ ,  $h = h(T)$  samt  $c_p - c_v = R$

$c_p$  och  $c_v$  beror var för sig av temperaturen men skillnaden alltid konstant (= gaskonstanten  $R$ )!

Ex. torr luft ( $R = 287 \text{ J kg}^{-1}\text{K}^{-1}$ ) vid  $P \approx 1 \text{ atm}$  (Table A-2):

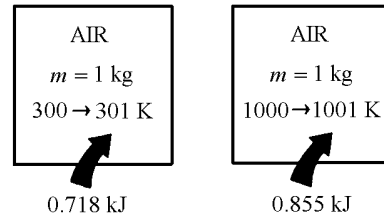
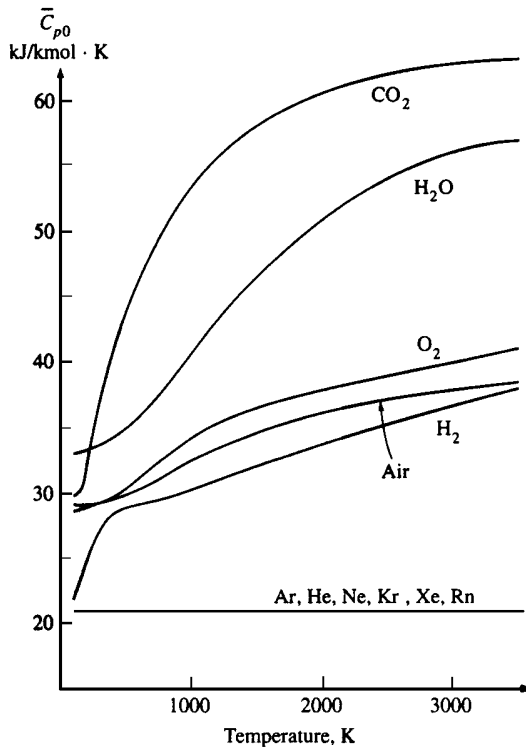
$T$ [K]	$c_p$	$c_v$	$c_p - c_v$
300	1005	718	287
600	1051	764	287
900	1121	834	287

# PERFEKTA GASER

Perfekt gas = ideal gas med konstanta  $c_p$  och  $c_v$

**Ideal gas:**  $du = c_v dT$ ,  $dh = c_p dT$ ,  $c_p - c_v = R = konst.$

**Konstanta  $c_p$  och  $c_v$ :**  $\Delta u = c_v \Delta T$ ,  $\Delta h = c_p \Delta T$



The specific heat of a substance changes with temperature.

För de flesta **enatomiga gaser**, speciellt ädelgaserna, kan temperaturberoendet för  $c_p$  och  $c_v$  anses försumbart.

$$c_v/R \simeq \frac{3}{2} \text{ samt } c_p/R \simeq \frac{5}{2} \text{ d.v.s. } \boxed{k = \frac{c_p}{c_v}} \simeq \frac{5}{3} = 1.67$$

För **fleratomiga gaser** finns ett temp. beroende som normalt sett inte är försumbart. Dock gäller approximativt

$$\text{tvåatomiga gaser, } k \simeq \frac{7}{5} = 1.40$$

$$\text{tre- eller fleratomiga gaser, } k \simeq \frac{4}{3} = 1.33$$

Över begränsade temp. intervall kan medelvärden användas, vilket förenklar analysen, t.ex. vid studium av olika gasprocesser.